

Eléments de correction du Rallye récréatif CM2-6ème

Exercice 1 :

Durée d'un tour complet :

Bus de la ligne 1 : 8 intervalles de 3 minutes $\rightarrow 8 \times 3 = 24$ min pour un tour.

Bus de la ligne 2 : 8 intervalles de 4 minutes $\rightarrow 8 \times 4 = 32$ min pour un tour.

Passages à l'arrêt « Mairie » :

Bus 1	Bus 2
10h00	10h00
10h24	10h32
10h48	11h04
11h12	11h36
11h36	12h08
12h00	12h40
12h24	13h12
12h48	13h44
13h12	14h16
13h36	14h48
14h00	15h20
14h24	15h52
14h48	16h24
15h12	16h56
15h36	17h28
16h00	18h00
16h24	
16h48	
17h12	
17h36	
18h00	

Les horaires des rencontres sont : 10h00, 11h36, 13h12, 14h48, 16h24 et 18h00.

Exercice 2 :

1^{ère} méthode : l'essai-erreur

Essayons avec 5 km au départ :

1^{ère} semaine : 5 km 2^{ème} semaine : 11 km 3^{ème} semaine : 17 km 4^{ème} semaine : 23 km 5^{ème} semaine : 29 km

Sur toute la semaine : $5 + 11 + 17 + 23 + 29 = 85$ km $\rightarrow$ Elle parcourt donc plus de 5 km la première semaine.

Essayons avec 9 km au départ :

1^{ère} semaine : 9 km 2^{ème} semaine : 15 km 3^{ème} semaine : 21 km 4^{ème} semaine : 27 km 5^{ème} semaine : 33 km

Sur toute la semaine : $9 + 15 + 21 + 27 + 33 = 105$ km $\rightarrow$ Elle parcourt donc moins de 9 km la première semaine.

Essayons avec 8 km au départ :

1^{ère} semaine : 8 km 2^{ème} semaine : 14 km 3^{ème} semaine : 20 km 4^{ème} semaine : 26 km 5^{ème} semaine : 32 km

Sur toute la semaine : $8 + 14 + 20 + 26 + 32 = 100$ km $\rightarrow$ Elle parcourt donc 8 km la première semaine.

2^{ème} méthode :

- La 1^{ère} semaine, elle parcourt une certaine distance.
- La 2^{ème} semaine, elle parcourt la distance de départ + 6 km.
- La 3^{ème} semaine, elle parcourt la distance 6 km de plus que lors de la 2^{ème} semaine, c'est-à-dire la distance de départ + 12 km.
- La 4^{ème} semaine, elle parcourt la distance 6 km de plus que lors de la 3^{ème} semaine, c'est-à-dire la distance de départ + 18 km.
- La 5^{ème} semaine, elle parcourt la distance 6 km de plus que lors de la 4^{ème} semaine, c'est-à-dire la distance de départ + 24 km.

Sur la semaine, elle parcourt donc 5 fois la distance totale + 60 km.

Cela signifie que 5 fois la distance de départ représente 40 km (car $100 - 40 = 60$).

Ainsi la distance de départ est 8 km (car $40 \div 5 = 8$)

Exercice 3 :

$15 \times 14 = 210$. Donc il y a 210 sièges.

$154 \times 14 = 2\,156$. Les places-adultes rapportent 2 156 €.

$210 - 154 = 56$. Il y a 56 enfants.

$14 - 4 = 10$. Le prix de chaque place-enfant est de 10 €.

$56 \times 10 = 560$. Les places-enfants rapportent 560 €

$560 + 2\,156 = 2\,716$. L'organisation a gagné 2 716 €.

Exercice 4 :

	Anglais	Espagnol	Français	Total
Or	4	2	2	8
Argent	0	1	7	8
Bronze	2	3	3	8
Total	6	6	12	24

Justifications :

Comme, 8 médailles d'or, 8 médailles d'argent et 8 médailles de bronze ont été remportées, nous dénombrons un total de 24 médailles ($3 \times 8 = 24$).

La moitié de 24 est 12 donc la France remporte 12 médailles.

L'Angleterre a gagné 0 médaille d'argent et la France les a toutes gagnées, sauf 1. La France a donc gagné 7 médailles d'argent et l'Espagne en a gagné 1.

Essayons maintenant de déterminer le nombre de médailles d'or de la France.

- Si la France en avait gagné 1 seule, alors l'Angleterre en aurait gagné 2 (deux fois plus) et l'Espagne en aurait gagné 0 (2 de moins que l'Angleterre). Or cela fait 3 médailles d'or en tout alors qu'il y en a 8.
- Si la France en avait gagné 3, alors l'Angleterre en aurait gagné 6 (deux fois plus) et l'Espagne en aurait gagné 4 (2 de moins que l'Angleterre). Or cela fait 13 médailles d'or → C'est trop.

- Si la France en avait gagné 2, alors l'Angleterre en aurait gagné 4 (deux fois plus) et l'Espagne en aurait gagné 2 (2 de moins que l'Angleterre). Cela fait 8 médailles d'or. C'est donc la bonne configuration.
La France a gagné 2 médailles d'or, l'Angleterre en a gagné 4 et l'Espagne en a gagné 2.

Comme la France a gagné 12 médailles au total, dont 2 d'or et 7 d'argent, on en déduit qu'elle a gagné 3 médailles de bronze (car $12 - 2 - 7 = 3$)

Il reste donc 5 médailles de bronze à répartir entre l'Angleterre et l'Espagne. Comme l'Espagne une médaille de bronze de plus que l'Angleterre, on en déduit que l'Angleterre gagne 2 médailles de bronze et que l'Espagne en remporte 3.

Exercice 5 :

Basile dit « Julie a tort ». Soit il ment, soit Julie ment. Samma et Robin ne peuvent pas être le menteur car s'ils l'étaient, il y aurait plus d'un menteur.

En effet :

- Si Samma ment et que Basile dit vrai, alors on a au moins deux menteurs : Samma et Julie → Impossible
- Si Samma ment et que Basile ment, alors on a au moins deux menteurs : Samma et Basile → Impossible

Il en va de même si on remplace par « Samma » par « Robin ».

Donc Samma et Robin sont innocentés.

Or Robin accuse Basile. Donc, c'est Basile qui n'a pas payé son billet et c'est Julie qui ment.

Exercice 6 :

On a :

$$\text{SUMO} + \text{NAGEUR} = 249$$

$$\text{SUMO} + \text{MARATHONIEN} = 218$$

$$\text{MARATHONIEN} + \text{NAGEUR} = 145$$

Donc, on a $\text{SUMO} + \text{NAGEUR} + \text{SUMO} + \text{MARATHONIEN} = 249 + 218 = 467$

Comme $\text{MARATHONIEN} + \text{NAGEUR} = 145$, on a

$$2 \times \text{SUMO} + 145 = 467$$

Donc $2 \times \text{SUMO} = 467 - 145 = 322$

UN SUMO = $322 \div 2 = 161$. Le sumo pèse donc 161 kg.

Comme $\text{SUMO} + \text{NAGEUR} = 249$, on a $\text{NAGEUR} = 249 - 161 = 88$. Le nageur pèse donc 88 kg.

Comme $\text{SUMO} + \text{MARATHONIEN} = 218$, on a $\text{MARATHONIEN} = 218 - 161 = 57$. Le marathonien pèse donc 57 kg.

Exercice 7 :

1^{ère} méthode : essais-erreurs

Or	Argent	Bronze	TOTAL	Remarques
20	26	40	86	Il y a plus de 20 médailles d'or
30	36	60	126	Il y a plus de 30 médailles d'or
40	46	80	166	Il y a moins de 40 médailles d'or
35	41	70	146	Il y a moins de 35 médailles d'or
33	39	66	138	Il y a plus de 33 médailles d'or
34	40	68	142	Bonne réponse !

La France a donc gagné 34 médailles d'or, 40 médailles d'argent et 68 médailles de bronze.

2^{ème} méthode :

On sait que :

- Nombre de médailles d'argent = Nombre de médailles d'or + 6
- Nombre de médailles de bronze = double du nombre de médailles d'or

Le nombre total de médailles = Nombre de médailles d'or + Nombre de médailles d'argent + Nombre de médailles de bronze

Le nombre total de médailles = Nombre de médailles d'or + (Nombre de médailles d'or + 6) + (double du nombre de médailles d'or)

Le nombre total de médailles est donc $4 \times$ nombre de médailles d'or + 6

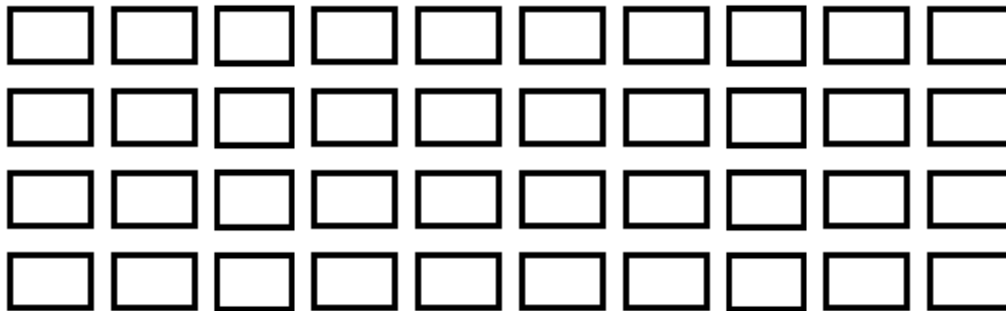
Comme il a 142 médailles, on en déduit que $4 \times$ nombre de médailles d'or = 136 (car $142 - 6 = 136$)

Donc Nombre de médailles d'or = $136 \div 4 = 34$.

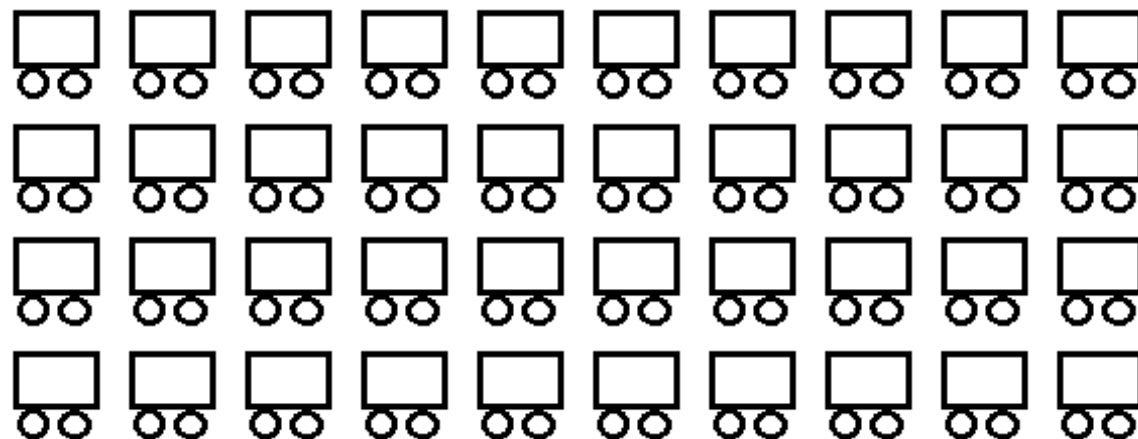
La France a donc gagné 34 médailles d'or, 40 médailles d'argent et 68 médailles de bronze.

Exercice 8 :

On a quarante véhicules. On schématise chaque véhicule par un rectangle :

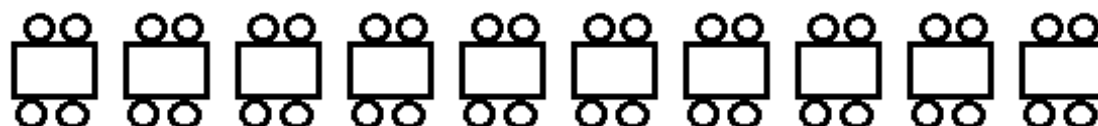


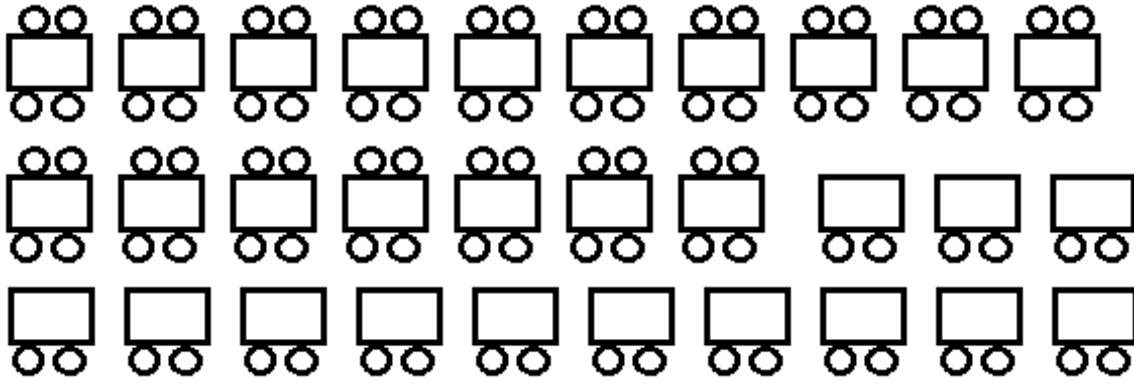
On commence par attribuer 2 roues à chacun des 40 véhicules (ce qui fait 80 roues en tout).



Il reste donc 54 roues à attribuer (car $134 - 80 = 54$).

On les attribue par paire à 27 véhicules (car $54 \div 2 = 27$)





Ainsi, on a 27 voitures et 13 motos.

Vérification :

$27 + 13 = 40 \rightarrow$ On a bien 40 véhicules

$(27 \times 4) + (13 \times 2) = 134 \rightarrow$ On a bien 134 roues.

Exercice 9 :

La somme de deux nombres à deux mêmes chiffres est nécessairement comprise entre 22 et 198 (car $11 + 11 = 22$ et $99 + 99 = 198$).

Comme ici, la somme est un nombre à 3 chiffres non nuls, le chiffre des centaines du résultat est forcément 1.

Donc $C = 1$.

Donc, le chiffre des unités du résultat est aussi 1. On a donc $A + B = 11$. On aura donc une retenue (une dizaine en plus). Ainsi, quand on additionnera les dizaines, on fera $A + B + 1$.

Comme $A + B = 11$, on aura $A + B + 1 = 12$. Le chiffre des dizaines du résultat est donc forcément 2. Donc $B = 2$.

Ainsi, on trouve $A = 9$, $B = 2$ et $C = 1$.

Les deux scores sont $AA = 99$ et $BB = 22$.

Exercice 10 :

1^{ère} méthode :

Comme la somme est 100, le premier terme de la somme ne peut pas être supérieur à 50.

Une recherche à la calculatrice permet de trouver les solutions :

En utilisant 1 comme premier terme :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105 \rightarrow$ Il n'existe pas de somme qui convienne dont le premier terme est 1.

En utilisant 2 comme premier terme :

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 90$$

$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 104 \rightarrow$ Il n'existe pas de somme qui convienne dont le premier terme est 2.

Etc.

On procédant ainsi, on trouve deux solutions :

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 100 \text{ et } 18 + 19 + 20 + 21 + 22 = 100$$

2^{ème} méthode :

Une somme a , au minimum, deux termes.

Le premier terme de la somme de deux termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 50 car $50 + 51 = 101$. Comme $49 + 50 = 99$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à deux termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de trois termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 33 car $33 + 34 + 35 = 101$. Comme $32 + 33 + 34 = 99$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à trois termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de quatre termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 24 car $24 + 25 + 26 + 27 = 102$. Comme $23 + 24 + 25 + 26 = 98$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à quatre termes consécutifs qui soit égale à 100.

Avec cinq termes, on a : $18 + 19 + 20 + 21 + 22 = 100$.

Le premier terme de la somme de six termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 15 car $15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 105$. Comme $14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 99$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à six termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de sept termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 12 car $12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 = 105$. Comme $11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 98$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à sept termes consécutifs qui soit égale à 100.

Avec huit termes, on a : $9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 100$.

Le premier terme de la somme de neuf termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 8 car $8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 108$. Comme $7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 99$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à neuf termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de dix termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 6 car $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 105$. Comme $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 95$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à dix termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de onze termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 5 car $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 110$. Comme $4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 99$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à onze termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de douze termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 3 car $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 102$. Comme $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 90$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à douze termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de treize termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 2 car $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 104$. Comme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à treize termes consécutifs qui soit égale à 100.

Le premier terme de la somme de quatorze termes consécutifs doit nécessairement être inférieure à 1 car $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105$. Comme $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$, on en conclut qu'il n'existe pas de somme à quatorze termes consécutifs qui soit égale à 100.

En prenant 0 pour premier terme de la somme de 15 termes consécutifs, on obtient : $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105$. On en conclut que, pour avoir une chance d'être égale à 100, une somme d'entiers consécutifs ne peut pas contenir plus de 14 termes.